

KONVERGENČNÉ CHARAKTERISTIKY ADAPTÍVNYCH ALGORITMOV L-FILTROV

CONVERGENCE PERFORMANCE OF ADAPTIVE ALGORITHMS OF L-FILTERS

Róbert Hudec

*Katedra telekomunikácií, Elektrotechnická fakulta Žilinskej univerzity v Žiline
Veľký diel, 010 26 Žilina, tel.: +421 41 513 2210, e-mail: Robert.Hudec@fel.utc.sk*

Abstrakt Tento článok sa zaoberá zisťovaním konvergenčných parametrov adaptívnych algoritmov, ktoré sú používané pri návrhu adaptívnych L-filtrov. Medzi základné vlastnosti adaptívnych algoritmov patrí v prvom rade stabilita adaptačného procesu, rýchlosť konvergenencie alebo čas adaptácie a tvar konvergenčnej krivky. K ich určeniu boli použité L-filtry s rôznymi adaptívnymi algoritmi. Zistenie konvergenčných charakteristík adaptívnych filtrov je dôležité hlavne pri ich hardvérových realizáciách, kde sa vyžaduje filtrácia v reálnom čase, alebo adaptácia koeficientov filtra pri malom objeme vstupných dát.

Summary This paper deals with convergence parameters determination of adaptive algorithms, which are used in adaptive L-filters design. Firstly the stability of adaptation process, convergence rate or adaptation time, and behaviour of convergence curve belong among basic properties of adaptive algorithms. L-filters with variety of adaptive algorithms were used to their determination. Convergence performances finding of adaptive filters is important mainly for their hardware applications, where filtration in real time or adaptation of coefficient filter with low capacity of input data are required.

1. ÚVOD

Adaptívne spracovanie signálov zaznamenalo výrazný rozvoj v posledných troch desaťročiach. Adaptívne filtry boli použité pri riešení rôznych problémov, zahrňujúce systémovú identifikáciu, kanálovú ekvalizáciu, potláčanie echa v telefónnych kanáloch, potláčanie úzkopásmovej interferencie v širokopásmových signáloch, rečovú a obrazovú predikciu, leteckú navigáciu atď. [1-3, 6, 8, 10].

V súčasných komunikačných systémoch, zvlášť v číslicovom spracovaní obrazov, je veľmi dôležité odstránenie šumov, ktorých charakteristiky sú neznáme, alebo časovo premenlivé. Je veľmi ťažké riešiť tento problém, hlavne kvôli nedostatočným informáciám o spracovávanom signále. Sú známe viaceré lineárne [4, 5] a nelineárne filtry [1-6, 8-10]. Medzi nelineárne adaptívne filtry patrí aj L-filter (L-F), ktorého výstup sa získa lineárnou kombináciou poriadkových štatistik vstupného signálu [1-4, 6, 8, 9]. Adaptívne L-F sú schopné veľmi dobre sa adaptovať na rôzne pravdepodobnostné distribúcie šumu zahrňujúce normálne, rovnomerné, Laplaceovo atď. [3]. Majú rozsiahle využitie v ČSS a to hlavne kvôli ich ľahkej metodike návrhu. Dobre pracujú s nestacionárnymi signálmi, a preto sú vhodné aj pre spracovanie obrazových signálov.

Pri hardvérovej realizácii adaptívnych filtrov pracujúcich v reálnom čase je dôležité aby adaptívny algoritmus zabezpečil konvergenciu koeficientov L-F v čo najkratšom čase a s čo najmenšou chybou adaptácie. Patria medzi hlavné kritériá, ktoré rozhodujú o použití konkrétneho algoritmu v konkrétnej aplikácii. V prípade programovej realizácie je zase dôležitým kritériom počet premenných a veľkosť pamäti potrebnej k uloženiu údajov.

Efektívnejšie potlačenie zmiešaného šumu sa dosahuje signálovo-závislým spracovaním s priestorovými detektormi impulzov [1, 2, 8, 9], kde čiastkové filtry realizujú rôzne ciele súvisiace so zachovaním detailov pri súčasnom vyhladení šumu v homogénnych oblastiach. Takéto filtry sú výpočtovo omnoho zložitejšie než klasický L-F, pričom zrýchlením adaptačného procesu sa dosiahne nižšia výpočtová náročnosť celého filtra.

2. L-filter

Výstup L-filtra je pre každé i dané nasledujúcou rovnicou

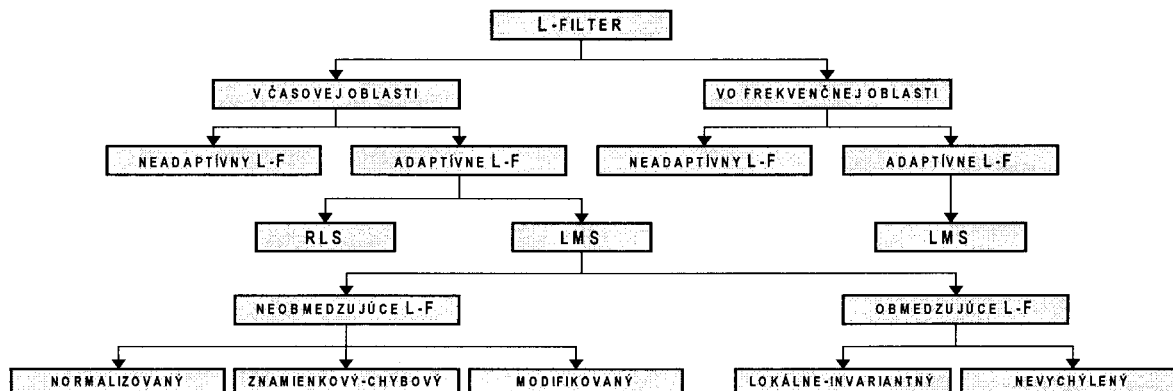
$$y_i = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i \quad (1)$$

kde $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)^T$ je vektor koeficientov L-F a \mathbf{x}_i je vektor zoradených vstupných vzoriek vzostupne alebo zostupne.

Optimalizácia koeficientov L-F vychádza z minimalizovania kritériálnej funkcie. Najčastejšie používanou je stredná kvadratická chyba. Gradient tejto chyby je v i -tej iterácii rovný nule (so zreteľom na koeficienty filtra) len v prípade ak

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{p}_i \quad (2)$$

kde \mathbf{R}_i je autokorelačná matica a \mathbf{p}_i vzájomne korelačný vektor. Avšak v aplikáciách pracujúcich v reálnom čase, je použitie (2) veľmi ťažké, pretože \mathbf{R}_i a \mathbf{p}_i musia byť estimované a následne potom \mathbf{R}_i aj invertovaná.



Obr. 1. Rozdelenie L-filtrov.

Fig. 1. Division of L-filters.

Tento problém sa dá riešiť rôznymi iteratívnymi algoritmi, ktoré minimalizujú určitú kritériálnu funkciu. Vo všeobecnosti je možné rozdeliť adaptívne algoritmy na

- Gradientné
- Negradienčné

Gradientné algoritmy sú založené na hľadaní optimálneho riešenia pomocou gradientu kritériálnej funkcie, ktorá je unimodálna. Medzi gradientné algoritmy patria: algoritmus najstrmšieho spádu (Steepest Descent), LMS (Least Mean Square) a jeho modifikácie, RLS, Newtonov, Griffitov, algoritmus postupnej regresie atď. [1-4, 6] Negradienčné algoritmy ako RLS (Recursive Least Squares), RSA (Random Search Algorithm), LRS (Linear Random Search) atď. sa používajú v prípadoch, keď kritériálna funkcia nie je unimodálna a obsahuje lokálne extrémny [2]. Začlenenie adaptívnych algoritmov do návrhu L-F a ich následné rozdelenie je zobrazené na obr.1.

3. KONVERGENCIA ADAPTÍVNYCH ALGORITMOV

Medzi základné parametre adaptívnych algoritmov, na základe ktorých sa porovnávajú jestvujúce alebo novonavrnuté algoritmy a zároveň aj určiť ich oblasť použitia patria: *rýchlosť konvergenencie, tvar konvergenčnej krivky, stabilita adaptačného procesu, sledovacia schopnosť, chyba adaptácie, výpočtová zložitosť, robustnosť filtra a štruktúra algoritmu.*

Rýchlosť konvergenencie je definovaná ako počet iterácií, ktoré musí vykonať adaptívny algoritmus, aby parametre filtra konvergovali „dostatočne blízko“ k svojim optimálnym hodnotám v zmysle zvolenej kritériálnej funkcie optimalizácie filtra. Vysoká rýchlosť konvergenencie umožňuje, aby zvolený algoritmus rýchlo prispôbil parametre adaptívneho filtra neznámym štatistickým charakteristikám spracovávaných signálov [2, 7]. Rýchlosť konvergenencie algoritmu závisí od

rozprestretia vlastných hodnôt autokorelačnej matice (t.j. pomeru $\lambda_{MAX}/\lambda_{MIN}$). Ak tento pomer je veľký (t.j. vlastné hodnoty majú značný rozptyl) algoritmus konverguje pomaly.

Konvergenca adaptívnych algoritmov je definovaná dvoma spôsobmi [2, 3]. Prvou je konvergenca strednej hodnoty vektora chyby koeficientov k nule, ak sa počet iterácií i blíži k nekonečnu. Tento typ konvergenencie sa nazýva *konvergenca v strednej hodnote*. Druhým typom konvergenencie je množina priemerov strednej kvadratickej chyby pre všetky vstupné vzorky k ustálenej hodnote, ak sa i blíži k nekonečnu. Táto ustálená hodnota je rovná minimu MSE (Mean Square Error) parametra a v prípade algoritmov založených na odhade gradientu je táto hodnota ešte zväčšená aj o hodnotu chyby estimácie vektora gradientu. Tento typ konvergenencie sa nazýva *konvergenca v strednej kvadratickej hodnote*.

Na meranie konvergenencie sa používa tzv. koeficient estimačnej chyby filtra ${}_w\Lambda_i$ [2, 3], definovaný nasledovne

$${}_w\Lambda_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N ({}_j\hat{w}_i - {}_jw_o)^2, \quad (3)$$

kde ${}_jw_o, j=1, \dots, N$ sú optimálne koeficienty filtra pre použitú distribúciu šumu a určuje sa len pre jednu realizáciu experimentu. Iným meradlom konvergenencie je množina priemerov kvadratických chýb koeficientu

$$E[{}_j\epsilon_i^2] = E[({}_jw_i - {}_jw_o)^2], \quad (4)$$

alebo koeficientov filtra získaných z viac než jednej realizácie nezávislých pokusov pre všetky j . Ich počet sa pohybuje v rozmedzí 10÷200.

Za optimálne filtre pre rôzne distribúcie šumu sa považujú mediánový filter (MF) pre Laplaceovu, spriemerňovací filter (Averaged Filter) pre Gaussovú a „midpoint“ filter pre rovnomernú distribúciu šumu [2]. Veľkou nevýhodou takýchto jednoduchých priradení je, že v prípade zmiešaného šumu

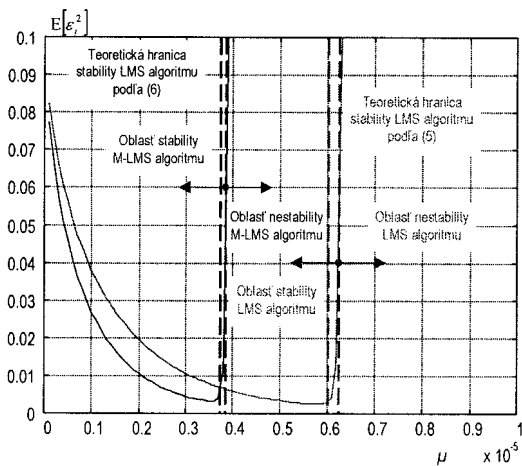
(normálne + rovnomerné rozdelenie pravdepodobnosti šumu) nie je známy optimálny filter a tvar odpovede takéhoto filtra sa nachádza medzi AF, MF alebo midpoint filtrom. Podobný prípad nastáva, ak referenčný alebo šumový signál sú nestacionárne. Schopnosť L-F adaptovať svoju odozvu na neznáme alebo kombinované distribúcie šumu ich predurčuje na použitie v takých prípadoch, kde filtrácia signálov optimálnymi filtermi danej distribúcie šumu je nedostatočná. Keďže sa odpoveď L-F pre zmiešaný šum najviac podobá odpovedi MF, preto je tento filter používaný ako optimálny filter pre zmiešaný šum.

V experimentoch bol referenčný obraz znehodnotený zmiešaným šumom pozostávajúcim z aditívneho Gaussovho šumu so smerodajnou odchýlkou $\sigma=20$, strednou hodnotou $\mu=0$ a impulzového šumu s premenlivou hodnotou a s pravdepodobnosťou $p=10\%$ (G20I10).

Konvergenčné charakteristiky adaptívnych L-F boli zisťované pre konštantný 2D signál (šedý obraz) s hodnotou všetkých obrazových prvkov 128, čo zodpovedá jednej polovici maximálnej hodnoty obrazového prvku (OP) šedého obrazu reprezentovaného ôsmimi bitmi. Referenčný (originálny) obraz bol zašumený zmiešaným šumom G20I10 a mal rozmer 128x128 OP. Filtračné okno malo štvorcovú štruktúru 3x3, kde filtrovaným prvkom bol vždy prvok centrálny. V takomto prípade bol absolútny počet iterácií filtra 15876.

Ako východzí L-F bol zvolený AF a ako optimálny filter už spomínaný MF. Odhad teoretickej hranice (5) stability LMS algoritmu bola pre obraz #128 $LMS\mu_I=5.919 \times 10^{-6}$.

$$LMS\mu_I = \min \left\{ 1 / \left(N\sigma_{x_i}^2 \right) \right\} \quad (5)$$



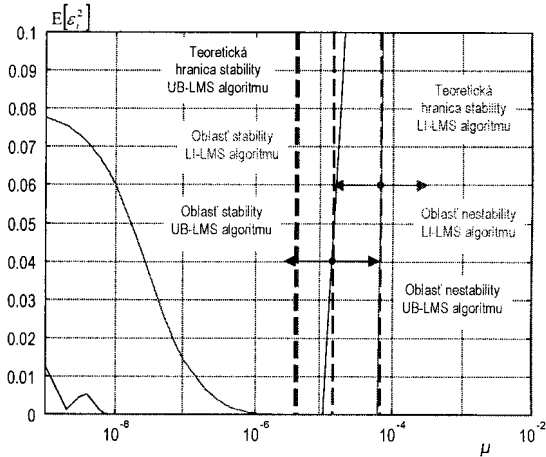
Obr. 2. Oblasti stability a nestability LMS a M-LMS algoritmov L-filtrov pre konštantný zašumený šedý obraz.
Fig. 2. Stability and instability areas of LMS and M-LMS L-filter algorithms for noisy constant greyscale image.

Zrýchlenie adaptácie LMS algoritmu je možné dosiahnuť normovaním adaptačnej konštanty v každej iterácii (N-LMS algoritmus) alebo riadením konvergencie každého koeficienta zvlášť (M-LMS algoritmus). Okrem týchto možností je možné použiť tzv. obmedzujúce verzie LMS algoritmu, ktoré určitým spôsobom obmedzujú adaptáciu koeficientov filtra. Tým eliminujú zložky s pomalou konvergenciou, alebo využívajú symetriu distribúcie šumu [1-3, 8].

Matematické vyjadrenie takéhoto odhadu teoretickej hranici stability LMS algoritmu je nasledovné

$$LMS\mu_H = \min \left\{ 1 / \left(\sum_{k=1}^N [x_k]^2 \right) \right\} \quad (6)$$

Rovnica (6) dáva lepší odhad hranice stability LMS algoritmu, ktorá vyhovuje aj M-LMS algoritmu a dá sa predpokladať, že bude vyhovovať aj pre iné adaptívne algoritmy.

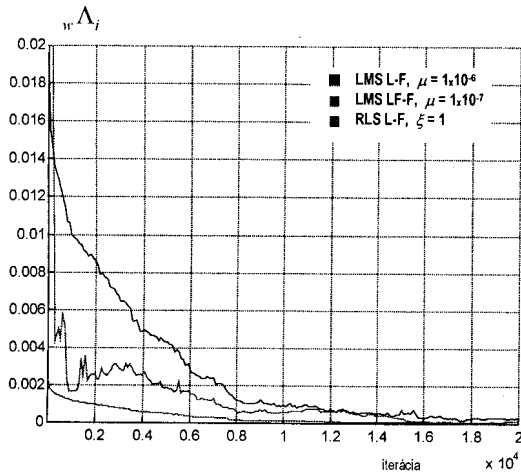


Obr. 3. Oblasti stability a nestability obmedzujúcich verzii LMS algoritmu pre konštantný obraz.
Fig. 3. Stability and instability areas of constrained LMS versions for constant image.

Porovnaním priebehov z obr.2 a obr. 3 vyplýva, že obmedzujúce LMS algoritmy konvergujú pre konštantný referenčný obraz rýchlejšie než neobmedzujúce. Rozsah použiteľných adaptačných krokov je pri porovnaní nevychýleného LMS algoritmu (UB-LMS) a LMS algoritmu širší až niekoľko rádov. Táto rýchlosť je relatívna, pretože je dosahovaná iba pre konštantné alebo monotónne obrazy. V reálnych aplikáciách je potrebné adaptovať koeficienty adaptívneho L-F na nestacionárny referenčný obraz. Takéto obrazy obsahujú veľké množstvo detailov, pomer $\lambda_{MAX}/\lambda_{MIN}$ je väčší a preto aj algoritmus pre reálne obrazy bude konvergovať pomaly.

Zrýchlenie konvergenzie algoritmu sa dá dosiahnuť použitím rekurzívneho výpočtu autokorelačnej matice (RLS algoritmus), alebo dekoreláciou vstupných vzoriek signálu vhodnou diskretnou ortogonálnou transformáciou (napr. Discrete Fast

Fourier Transform). Na obr. 4 sú zobrazené priebehy $\mu\Lambda_i$ pre LMS algoritmy v časovej a frekvenčnej oblasti a pre RLS algoritmus, získané pomocou reálneho obrazu Lena.



Obr. 4. Priebehy koeficienta estimačnej chyby pre LMS L-F, LMS LF-F a RLS L-F, obraz Lena.

Fig. 4. Estimation error coefficient behaviours for LMS L-F, LMS LF-F a RLS L-F, Lena image.

Zo získaných priebehov vyplýva, že zo všetkých algoritmov dosahuje najrýchlejšiu konvergenciu LMS algoritmus vo frekvenčnej oblasti (LF-F). V časovej oblasti má najrýchlejšiu konvergenciu RLS algoritmus s faktorom zabúdania $\xi=1$, avšak priebeh konvergenčie nie je hladký.

4. ZÁVER

Od voľby veľkosti kroku adaptácie a adaptívneho algoritmu nezávisí len stabilita, ale aj rýchlosť konvergenčie (čas adaptácie filtra), tvar konvergenčnej krivky a v neposlednom rade aj chyba adaptácie filtra. Cieľom adaptívneho algoritmu je priblížiť sa k optimálnym hodnotám koeficientov filtra v čo najkratšom čase a s čo najmenšou chybou adaptácie. Väčšie hodnoty krokov adaptácie koeficientov filtra zvyšujú rýchlosť konvergenčie, avšak na druhej strane sa zväčšuje aj chyba adaptácie koeficientov filtra. Ak bude veľkosť adaptačného kroku väčšia než hodnota zabezpečujúca jeho stabilitu, potom algoritmus bude nestabilný a bude divergovať. V takomto prípade porastú hodnoty koeficientov filtra nad všetky medze. Voľba μ je preto vždy kompromisom medzi rýchlosťou konvergenčie, chybou adaptácie a stabilitou adaptívneho filtra.

Z experimentov vyplýva, že pre reálne obrazy najrýchlejšie konverguje LMS algoritmus vo frekvenčnej oblasti. Pri hardvérovej realizácii je potrebné navyše implementovať diskretnú priamu a spätnú transformáciu. Tak ako v časovej, aj vo frekvenčnej oblasti je možné zvýšiť rýchlosť adaptácie LMS algoritmu jeho modifikovanými verziami. Dekoreláciou vstupných vzoriek sa

dosahuje $\mu\Lambda_i$ pre LF-F nižšia hodnota než 0,01 už po prvej iterácii. Preto sú filtre vo frekvenčnej oblasti predurčené na spracovávanie signálov v reálnom čase aj zložitejšími filterami a taktiež aj signálov s nízkym počtom vstupných vzoriek. Navyše, použitie ortogonálnej transformácie zároveň zvyšuje finančné náklady spojené s realizáciou takehoto filtra.

LITERATÚRA

- [1] C. Kontropoulos, I. Pitas: Adaptive LMS L-Filters for Noise Suppression in Image, IEEE Transaction on Image Processing, vol.5, no. 12, pp. 1596-1609, December 1996.
- [2] R. Hudec: Filtrácia obrazov zašumených zmiešaným šumom pomocou modifikovaných adaptívnych L-filtrov, Dizertačná práca, Košice, Júl 2002.
- [3] C. Kotropoulos, I. Pitas: Adaptive Nonlinear Filters for Digital Signal/Image Processing, Control and Dynamic Systems, C. T. Leondes, Vol. 67, San Diego CA, Academic press, pp. 263-317, 1994.
- [4] R. Hudec, S. Marchevský: Image Filtering by Two-Dimensional Wiener Filter, 3rd International Scientific Conference ELEKTRO '99, Faculty of Electrical Engineering University of Žilina, Slovakia, pp. 79-83, 25-26 May 1999.
- [5] V. Moucha, S. Marchevský, R. Lukáč, Cs. Stupák: Číslcová filtrácia obrazových signálov. Vydavateľstvo Vojenskej leteckej akadémie M.R. Štefánika v Košiciach. Košice, str. 365, December 2000.
- [6] R. Hudec, S. Marchevský: Reduction of mixed noise by using adaptive LMS L-Filters, The 4th International Conference on Digital Signal Processing, pp. 88-92, Herľany, Sept. 1999.
- [7] D. Kocur: Convergence in the Mean of Adaptive LMS Volterra Filters, Proceedings of The Technical University of Oradea, Romania, 1994.
- [8] C. Kontropoulos, I. Pitas: Constrained adaptive LMS L-Filters, Signal Processing, vol.26, no.3, pp. 335-358, Mar. 1992.
- [9] R. Hudec, S. Marchevský: Extension of impulse detectors to spatial dimension and their utilisation as switch in the LMS L-SD filter, Radioengineering, vol. 10, no. 1, pp. 11-15, April 2001.
- [10] S. Marchevský, M. Drutarovský, O. Chomat: Iterative filtering of noisy images by adaptive neural network filter. Proc.of Sci.conference "New trends in signal Processing III", Lipt. Mikuláš, May 1996, 118-121.